

**Algorithmique**

Devoir du printemps 2017

NOM :  Prénom :  Groupe TD :

Modalités : Répondre uniquement dans les cadres prévus à cet effet.

Total : /30

/20
-----

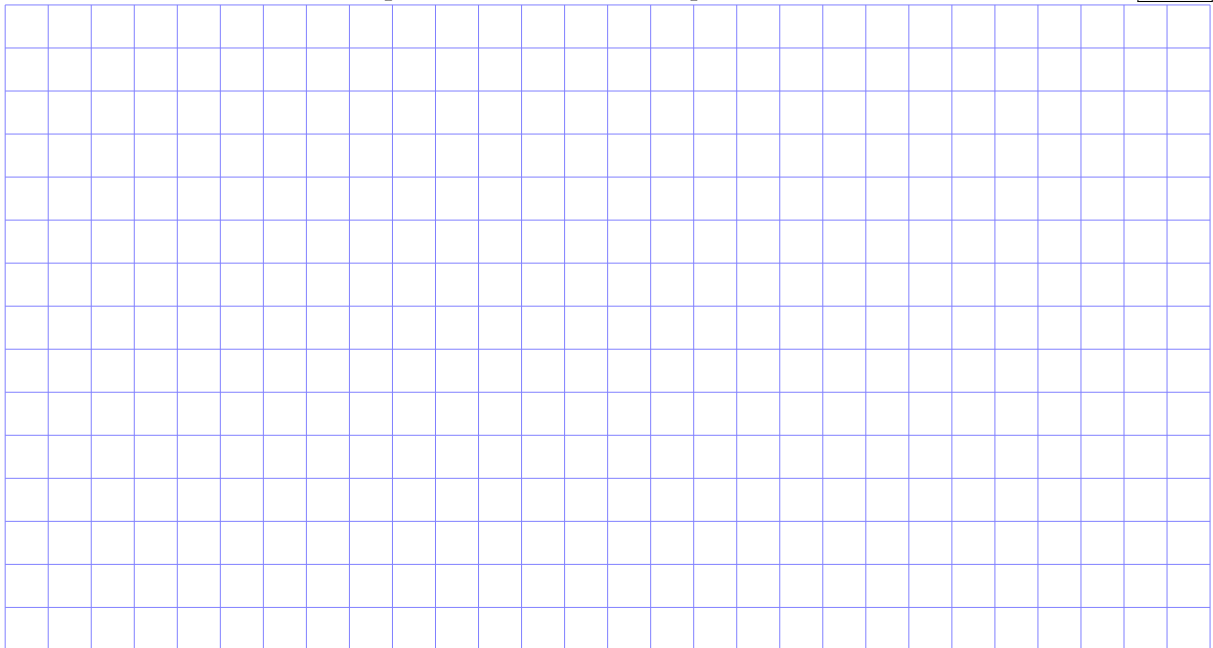
Exercice 1. (24 points)

/24
-----

On veut calculer la somme des entiers pairs compris entre deux entiers positifs donnés  $a$  et  $b$ ; les extrémités  $a$  et  $b$  sont comptées le cas échéant. Si  $a > b$ , on convient que cette somme vaut 0.

1. Ecrire une fonction itérative `s1` qui utilise une boucle `for` pour calculer cette somme.

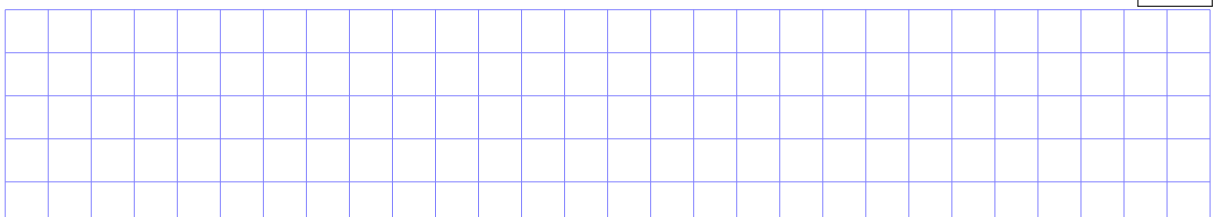
/1
----


---

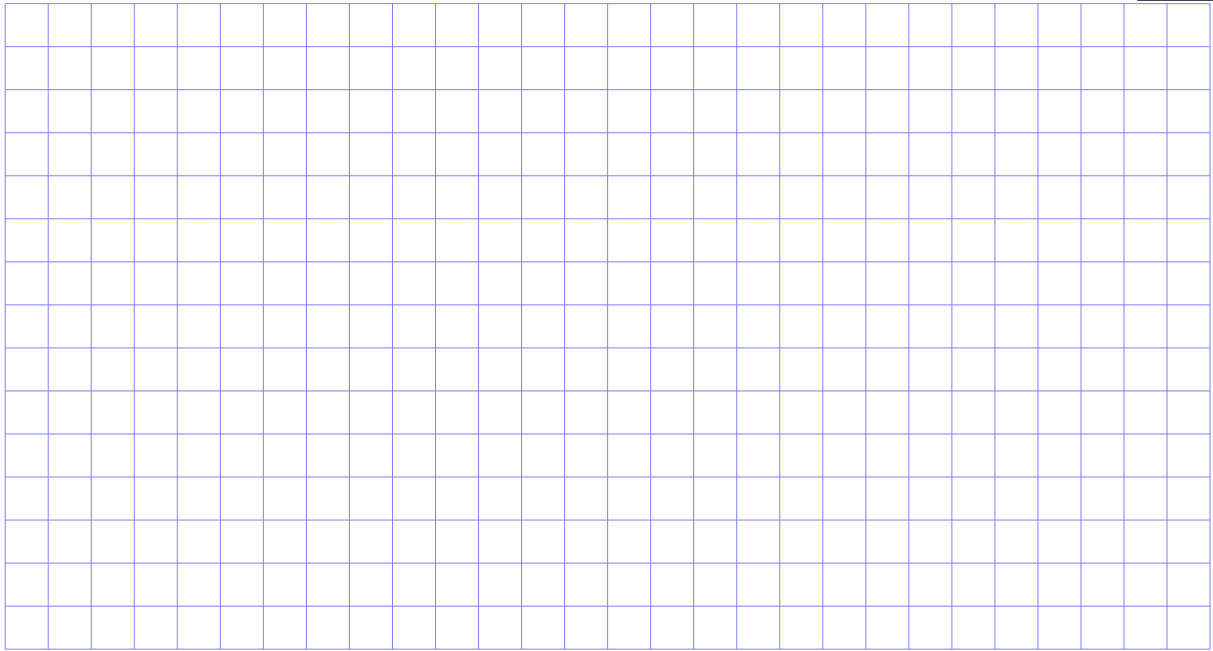
2. Ecrire un algorithme qui effectue le traitement suivant :

- (a) demander à l'utilisateur 2 entiers  $a$  et  $b$ ,
- (b) utiliser la fonction `s1` pour calculer la somme des nombres pairs compris entre  $a$  et  $b$ ,
- (c) afficher  $a$ ,  $b$  et la somme des valeurs paires entre  $a$  et  $b$ .

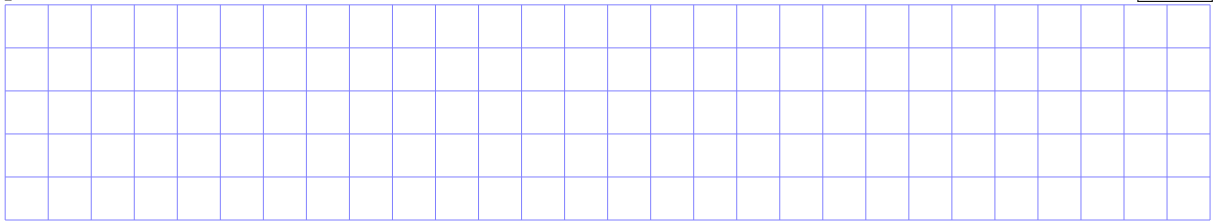
/1
----


--

3. Ecrire une autre fonction itérative  $s_2$  qui utilise une boucle `while` pour calculer cette somme. **/1**

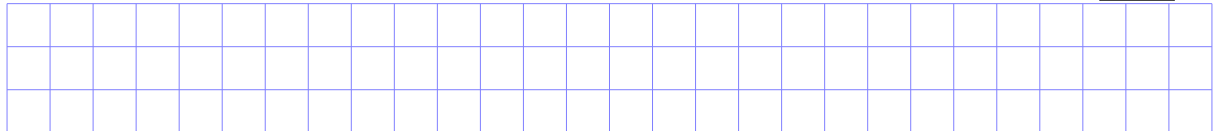


4. Quelle sont les complexités (en temps) asymptotiques de ces solutions itératives? Justifier votre réponse. **/1**

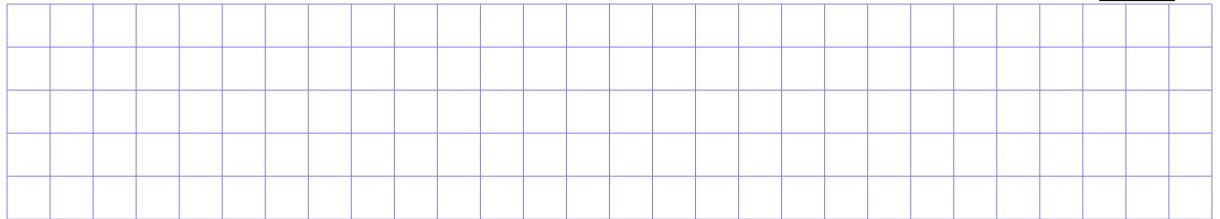


5. On va écrire une première version récursive  $r_1$  de ce calcul sans utiliser de stratégie diviser pour régner.

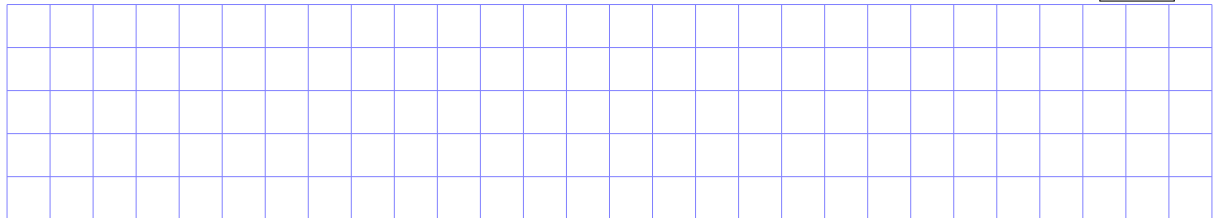
(a) Que penser de ce calcul si  $a > b$ ? En déduire une propriété qui termine ce calcul récursif. **/1**



(b) On suppose que  $a$  est pair. Ecrire une propriété récursive sur  $r_1$ . **/1**

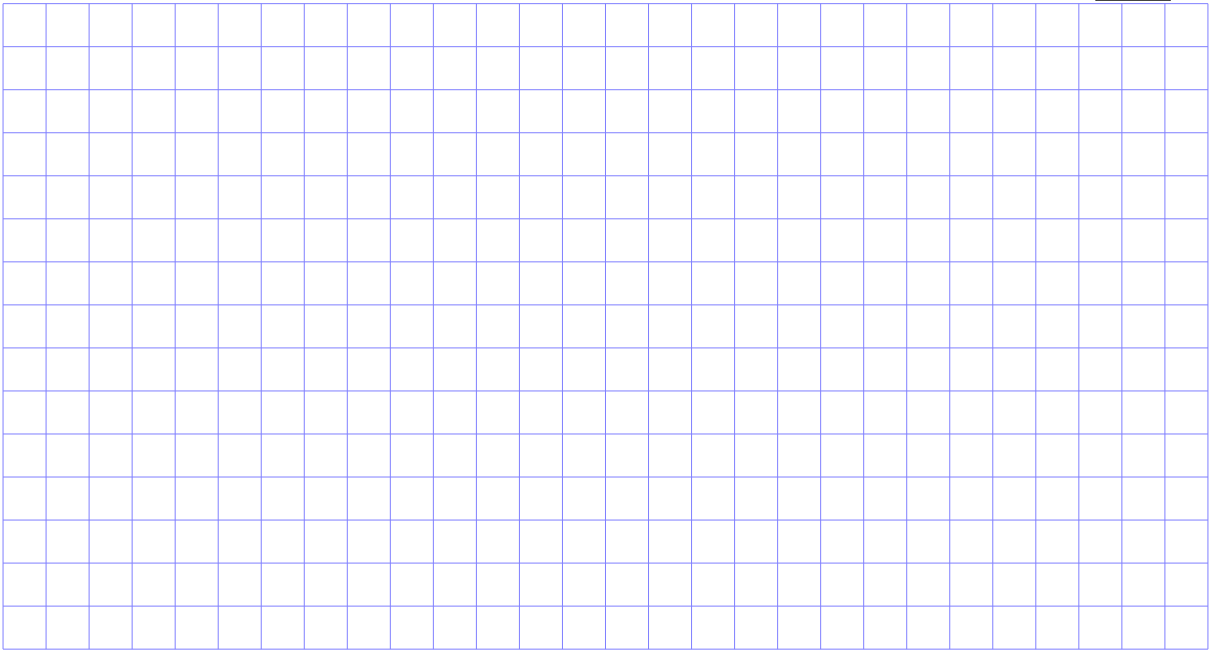


(c) Même question pour  $a$  impair. **/1**



(d) Ecrire la fonction récursive  $r1$ .

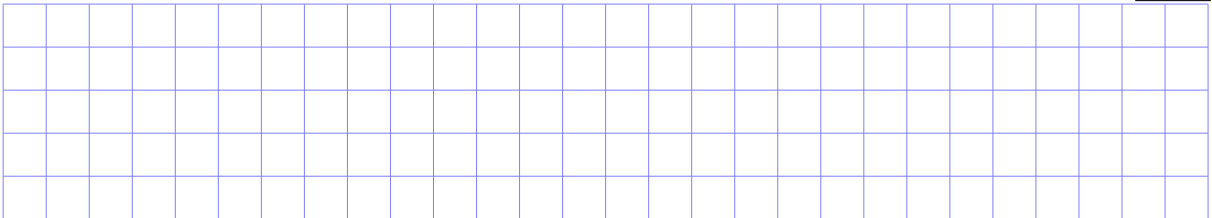
/1



6. Ecrire un algorithme qui effectue le traitement suivant :

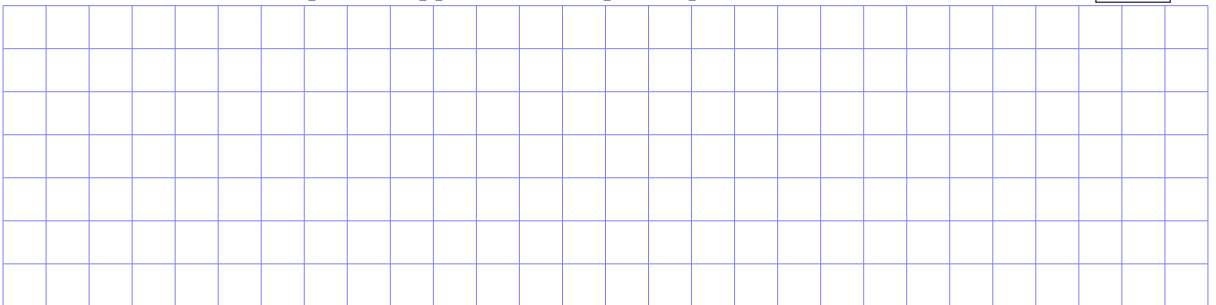
- (a) demander à l'utilisateur 2 entiers  $a$  et  $b$ ,
- (b) utiliser la fonction  $r1$  pour calculer la somme des nombres pairs compris entre  $a$  et  $b$ ,
- (c) afficher  $a$ ,  $b$  et la somme des valeurs paires entre  $a$  et  $b$ .

/1



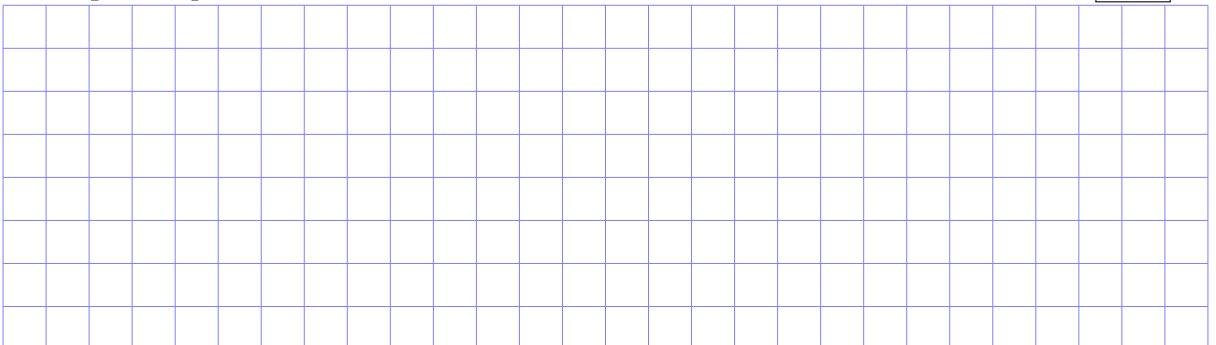
7. (a) Détailler l'évolution de la pile des appels du calcul par  $r1$  pour  $a = 2$  et  $b = 5$ .

/1



(b) Même question pour  $a = 1$  et  $b = 6$ .

/1





- (h) Ecrire un algorithme qui effectue le traitement suivant :
- demander à l'utilisateur 2 entiers  $a$  et  $b$ ,
  - utiliser la fonction  $r2$  pour calculer la somme des nombres pairs compris entre  $a$  et  $b$ ,
  - afficher  $a$ ,  $b$  et la somme des valeurs paires entre  $a$  et  $b$ .

**/1**

10. (a) Détailler l'évolution de la pile des appels du calcul par  $r2$  pour  $a = 2$  et  $b = 5$ .

**/1**

- (b) Même question pour  $a = 1$  et  $b = 6$ .

**/1**

11. (a) Quelle est la complexité (en temps) asymptotique de la fonction  $r2$ ? Justifier votre réponse.

**/1**

(b) Que penser de  $r_1$  et  $r_2$ .

/1

Exercice 2. (21 points)

/21

1. (a) Écrire une fonction `min2` qui calcule le minimum de 2 entiers.

/1

(b) Écrire l'en-tête d'une fonction `minIt` qui calcule le minimum des valeurs d'un tableau d'entiers  $t$  de longueur  $n$  arbitraire.

/1

(c) Ecrire un algorithme qui effectue **dans l'ordre** les traitements suivants :

- i. génère un tableau `t8` composé des entiers (positifs) de 0 à 7;
- ii. génère un tableau `q8` composé des entiers (négatifs) de -8 à 0;
- iii. utilise la fonction `minIt` pour calculer le minimum de `t8`;
- iv. utilise la fonction `minIt` pour calculer le minimum de `q8`;
- v. affiche ses 2 minimas.

/1







- (d) Dans les mêmes conditions que précédemment et en particulier sans utiliser de division pour régner, écrire une autre fonction récursive `minRec2` qui calcule le minimum des valeurs d'un tableau d'entiers `t` de longueur `n` arbitraire. /1

- (e) Ré-écrire une des deux fonctions précédentes sans utiliser la fonction `min2`. /1

4. On va écrire une version récursive `minDC` basée sur une stratégie diviser pour régner dichotomique.

- (a) Identifier 2 cas terminaux de ce calcul ; l'un d'eux peut encore utiliser la fonction `min2`. /1



(g) Combien d'appels à  $\text{minDC}$  sont nécessaires pour calculer le minimum d'un tableau de longueur 7? et d'un tableau de longueur 10? Justifier vos réponses. **/1**


(h) Quelle est la complexité (en temps) asymptotique de la fonction  $\text{minDC}$ ? Justifier votre réponse. **/1**
