

Plan

- 1 Introduction
- 2 Algorithmes de tri
 - Tri par sélection
 - Tri par insertion
 - Tri fusion
 - Le tri rapide
 - Des tris avec des arbres...
 - Tri par tas
 - Optimalité des algorithmes de tri
 - Activité en classe
- 3 Travaux pratiques sur machines

Plan

- 1 Introduction
- 2 Algorithmes de tri
 - Tri par sélection
 - Tri par insertion
 - Tri fusion
 - Le tri rapide
 - Des tris avec des arbres...
 - Tri par tas
 - Optimalité des algorithmes de tri
 - Activité en classe
- 3 Travaux pratiques sur machines

Le tri

Problème : étant donné un tableau d'entiers T , trier T dans l'ordre croissant.

- Problème connu
- Grande richesse conceptuelle :
 - ★ Des algorithmes basés sur des idées et des structures de données très différentes...
 - ★ Des complexités différentes.
 - ★ Des algorithmes optimaux.

Plan

- 1 Introduction
- 2 Algorithmes de tri
 - Tri par sélection
 - Tri par insertion
 - Tri fusion
 - Le tri rapide
 - Des tris avec des arbres...
 - Tri par tas
 - Optimalité des algorithmes de tri
 - Activité en classe
- 3 Travaux pratiques sur machines

Plan

1 Introduction

2 Algorithmes de tri

- Tri par sélection
- Tri par insertion
- Tri fusion
- Le tri rapide
- Des tris avec des arbres...
- Tri par tas
- Optimalité des algorithmes de tri
- Activité en classe

3 Travaux pratiques sur machines

Le tri par **sélection**

- Trouver le plus petit élément et le mettre au début de la liste

Le tri par **sélection**

- Trouver le plus petit élément et le mettre au début de la liste
- Trouver le 2^e plus petit et le mettre en seconde position

Le tri par **sélection**

- Trouver le plus petit élément et le mettre au début de la liste
- Trouver le 2^e plus petit et le mettre en seconde position
- Trouver le 3^e plus petit élément et le mettre à la 3^e place,

Le tri par sélection

- Trouver le plus petit élément et le mettre au début de la liste
- Trouver le 2^e plus petit et le mettre en seconde position
- Trouver le 3^e plus petit élément et le mettre à la 3^e place,
- ...

Le tri par sélection

Tri par sélection

Données : Un tableau de n entiers T

Résultat : Le tableau T trié

pour chaque i allant de 1 à $n - 1$ **faire**

$ind \leftarrow \text{Indice-Min}(T, i, n)$
 $T[i] \leftrightarrow T[ind]$

retourner T

$\text{Indice-Min}(T, i, n)$: retourne l'**indice** du plus petit élément de $\{T[i], T[i + 1], \dots, T[n]\}$.

Le tri par sélection

Tri par sélection

Données : Un tableau de n entiers T

Résultat : Le tableau T trié

pour chaque i allant de 1 à $n - 1$ **faire**

$ind \leftarrow \text{Indice-Min}(T, i, n)$
 $T[i] \leftrightarrow T[ind]$

retourner T

$\text{Indice-Min}(T, i, n)$: retourne l'**indice** du plus petit élément de $\{T[i], T[i + 1], \dots, T[n]\}$.

Propriété : Après la i^{e} étape ($i = 1, \dots, n - 1$), les i premières cases sont occupées par les i plus petits entiers de T

Complexité du tri par sélection

Tri par sélection

Données : Un tableau de n entiers T

Résultat : Le tableau T trié

pour chaque i allant de 1 à $n - 1$ **faire**

$ind \leftarrow \text{Indice-Min}(T, i, n)$
 $T[i] \leftrightarrow T[ind]$

retourner T

Dans le pire cas ou en moyenne, la complexité (ici : **nombre de comparaisons**) du tri par sélection est en $O(n^2)$.

Plan

1 Introduction

2 Algorithmes de tri

- Tri par sélection
- **Tri par insertion**
- Tri fusion
- Le tri rapide
- Des tris avec des arbres...
- Tri par tas
- Optimalité des algorithmes de tri
- Activité en classe

3 Travaux pratiques sur machines

Le tri par **insertion**

(le tri du joueur de cartes!)

- Ordonner les deux premiers éléments

Le tri par **insertion**

(le tri du joueur de cartes!)

- Ordonner les deux premiers éléments
- **Insérer** le 3^e élément de manière à ce que les 3 premiers éléments soient triés

Le tri par **insertion**

(le tri du joueur de cartes!)

- Ordonner les deux premiers éléments
- **Insérer** le 3^e élément de manière à ce que les 3 premiers éléments soient triés
- **Insérer** le 4^e élément à “sa” place pour que...

Le tri par **insertion**

(le tri du joueur de cartes!)

- Ordonner les deux premiers éléments
- **Insérer** le 3^e élément de manière à ce que les 3 premiers éléments soient triés
- **Insérer** le 4^e élément à “sa” place pour que. . .
- ...

Le tri par **insertion**

(le tri du joueur de cartes!)

- Ordonner les deux premiers éléments
- **Insérer** le 3^e élément de manière à ce que les 3 premiers éléments soient triés
- **Insérer** le 4^e élément à “sa” place pour que. . .
- ...
- **Insérer** le n^e élément à sa place.

Le tri par **insertion**

(le tri du joueur de cartes!)

- Ordonner les deux premiers éléments
- **Insérer** le 3^e élément de manière à ce que les 3 premiers éléments soient triés
- **Insérer** le 4^e élément à “sa” place pour que. . .
- ...
- **Insérer** le n^e élément à sa place.

Le tri par **insertion**

(le tri du joueur de cartes!)

- Ordonner les deux premiers éléments
- **Insérer** le 3^e élément de manière à ce que les 3 premiers éléments soient triés
- **Insérer** le 4^e élément à “sa” place pour que. . .
- ...
- **Insérer** le n^e élément à sa place.

A la fin de la i^e itération, les i premiers éléments de T sont triés et rangés au début du tableau T' .

Le tri par insertion

Pour $i = 2 \dots n$: Insérer(T, i)

Le tri par insertion

Pour $i = 2 \dots n$: Insérer(T, i)

Insérer(T, k)

si $k > 1$ **alors**

si $T[k - 1] > T[k]$ **alors**

$T[k] \leftrightarrow T[k - 1]$

 Insérer($T, k-1$)

Le tri par insertion

Pour $i = 2 \dots n$: Insérer(T, i)

Insérer(T, k)

si $k > 1$ **alors**

si $T[k - 1] > T[k]$ **alors**

$T[k] \leftrightarrow T[k - 1]$

 Insérer($T, k-1$)

Dans le pire cas ou en moyenne, la complexité du tri par sélection est en $O(n^2)$.

Plan

- 1 Introduction
- 2 Algorithmes de tri
 - Tri par sélection
 - Tri par insertion
 - **Tri fusion**
 - Le tri rapide
 - Des tris avec des arbres...
 - Tri par tas
 - Optimalité des algorithmes de tri
 - Activité en classe
- 3 Travaux pratiques sur machines

Le tri fusion

idée : fusionner deux tableaux triés pour former un unique tableau trié se fait **facilement** :

Le tri fusion

idée : fusionner deux tableaux triés pour former un unique tableau trié se fait **facilement** :

5, 10, 13, 15, 19, 20, 35

3, 7, 12, 16, 25, 38, 40

Le tri fusion

idée : fusionner deux tableaux triés pour former un unique tableau trié se fait **facilement** :

5, 10, 13, 15, 19, 20, 35

3, 7, 12, 16, 25, 38, 40

3,

Le tri fusion

idée : fusionner deux tableaux triés pour former un unique tableau trié se fait **facilement** :

5, 10, 13, 15, 19, 20, 35

3, 7, 12, 16, 25, 38, 40

3, 5,

Le tri fusion

idée : fusionner deux tableaux triés pour former un unique tableau trié se fait **facilement** :

5, 10, 13, 15, 19, 20, 35

3, 7, 12, 16, 25, 38, 40

3, 5, 7,

Le tri fusion

idée : fusionner deux tableaux triés pour former un unique tableau trié se fait **facilement** :

5, 10, 13, 15, 19, 20, 35

3, 7, 12, 16, 25, 38, 40

3, 5, 7, 10,

Le tri fusion

idée : fusionner deux tableaux triés pour former un unique tableau trié se fait **facilement** :

5, 10, 13, 15, 19, 20, 35

3, 7, 12, 16, 25, 38, 40

3, 5, 7, 10, 12,

Le tri fusion

idée : fusionner deux tableaux triés pour former un unique tableau trié se fait **facilement** :

5, 10, 13, 15, 19, 20, 35

3, 7, 12, 16, 25, 38, 40

3, 5, 7, 10, 12, 13,

Le tri fusion

idée : fusionner deux tableaux triés pour former un unique tableau trié se fait **facilement** :

5, 10, 13, 15, 19, 20, 35

3, 7, 12, 16, 25, 38, 40

3, 5, 7, 10, 12, 13, 15,

Le tri fusion

idée : fusionner deux tableaux triés pour former un unique tableau trié se fait **facilement** :

5, 10, 13, 15, 19, 20, 35

3, 7, 12, 16, 25, 38, 40

3, 5, 7, 10, 12, 13, 15, 16,

Le tri fusion

idée : fusionner deux tableaux triés pour former un unique tableau trié se fait **facilement** :

5, 10, 13, 15, 19, 20, 35

3, 7, 12, 16, 25, 38, 40

3, 5, 7, 10, 12, 13, 15, 16, 19,

Le tri fusion

idée : fusionner deux tableaux triés pour former un unique tableau trié se fait **facilement** :

5, 10, 13, 15, 19, 20, 35

3, 7, 12, 16, 25, 38, 40

3, 5, 7, 10, 12, 13, 15, 16, 19, 20,

Le tri fusion

idée : fusionner deux tableaux triés pour former un unique tableau trié se fait **facilement** :

5, 10, 13, 15, 19, 20, **35** 3, 7, 12, 16, **25**, 38, 40

3, 5, 7, 10, 12, 13, 15, 16, 19, 20, **25**,

Le tri fusion

idée : fusionner deux tableaux triés pour former un unique tableau trié se fait **facilement** :

5, 10, 13, 15, 19, 20, **35** 3, 7, 12, 16, 25, **38**, 40

3, 5, 7, 10, 12, 13, 15, 16, 19, 20, 25, **35**,

Le tri fusion

idée : fusionner deux tableaux triés pour former un unique tableau trié se fait **facilement** :

5, 10, 13, 15, 19, 20, 35 3, 7, 12, 16, 25, **38**, 40

3, 5, 7, 10, 12, 13, 15, 16, 19, 20, 25, 35, **38**,

Le tri fusion

idée : fusionner deux tableaux triés pour former un unique tableau trié se fait **facilement** :

5, 10, 13, 15, 19, 20, 35 3, 7, 12, 16, 25, 38, **40**

3, 5, 7, 10, 12, 13, 15, 16, 19, 20, 25, 35, 38, **40**

Tri fusion

Étant donné un tableau (ou une liste) de $T[1, \dots, n]$:

- si $n = 1$, retourner le tableau T !
- sinon :
 - Trier le sous-tableau $T[1 \dots \frac{n}{2}]$
 - Trier le sous-tableau $T[\frac{n}{2} + 1 \dots n]$
 - Fusionner ces deux sous-tableaux. . .
- Il s'agit d'un algorithme "diviser-pour-régner".
- $O(n \log n)$ opérations (au pire).

Le tri rapide

Un autre tri récursif. . . plus efficace en **pratique**.

Étant donné un tableau de $T[1, \dots, n]$:

- si $n = 1$, retourner le tableau T .
- sinon :
 - Choisir un élément (le "pivot") p dans T
 - Placer les éléments inférieurs à p au début de T
 - Placer p à sa place dans T
 - Placer les éléments supérieurs à p à la fin de T
 - Trier la première partie de T puis la seconde. . .

(plus de fusion !)

Plan

- 1 Introduction
- 2 Algorithmes de tri
 - Tri par sélection
 - Tri par insertion
 - Tri fusion
 - **Le tri rapide**
 - Des tris avec des arbres. . .
 - Tri par tas
 - Optimalité des algorithmes de tri
 - Activité en classe
- 3 Travaux pratiques sur machines

Le tri rapide

20, 15, 10, 35, 19, 13, 5, 3, 12, 7, 16, 40, 25, 38

Le tri rapide

20, 15, 10, 35, 19, 13, 5, 3, 12, 7, 16, 40, 25, 38

15, 10, 19, 13, 5, 3, 12, 7, 16, 20, 35, 40, 25, 38
à trier! à trier!

Complexité du tri rapide

Dans le pire cas, la complexité du tri rapide est en $O(n^2)$.

Mais en moyenne, elle est en $O(n \cdot \log(n))$.